LIBRIS | We know books

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică
algebră
geometrie

clasa a VII-a

partea I

ediția a XIII-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

Cuprins

LIBRIS | We know books

RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale

Algebră 5

Geometrie 11

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Rădăcina pătrată 14

1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect 14

Test de autoevaluare 19

2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ 21

Test de autoevaluare 27

Mulțimea numerelor reale 29

1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale. Aproximări și rotunjiri. Ordonări 29

Recapitulare și sistematizare prin teste 34

2. Reguli de calcul cu radicali 35

2.1. Produsul radicalilor 35

2.2. Câtul radicalilor 35

2.3. Scoaterea factorilor de sub radical 36

2.4. Introducerea factorilor sub radical 37

3. Operații cu numere reale 39

Test de autoevaluare 49

4. Raționalizarea numitorului unei fracții 51

Exerciții recapitulative. Operații cu numere reale. Raționalizarea numitorilor 60

5. Formule de calcul prescurtat 64

6. Media geometrică a două numere reale nenegative 66

Exerciții recapitulative. Media aritmetică și media geometrică a numerelor reale 69

7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 70

Recapitulare și sistematizare prin teste 71

Test de autoevaluare 75

8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$ 77

9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 80

Recapitulare și sistematizare prin teste 81

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR 84

GEOMETRIE

Capitolul I. PATRULATERE

1. Patrulatere convexe 87

2. Paralelogramul 89

Test de autoevaluare 93

Recapitulare și sistematizare prin teste 95

3. Linia mijlocie în triunghi 96
Recapitulare și sistematizare prin teste 99
4. Dreptunghiul 100
Test de autoevaluare 103
5. Rombul 105
Test de autoevaluare 107
6. Pătratul 109
Recapitulare și sistematizare prin teste 111
Test de autoevaluare 113
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate 115
8. Trapezul 117
9. Linia mijlocie în trapez 119
Test de autoevaluare 121
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului 123
Test de autoevaluare 129
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 131
Recapitulare și sistematizare prin teste 132

Capitolul II. CERCUL

Cercul 134
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc 136
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc 140
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc 143
4. Lungimea cercului și aria discului 145
Recapitulare și sistematizare prin teste 146
Test de autoevaluare 149

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ 151

TESTE RECAPITULATIVE 154

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR 156

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI 158

LIBRIS We know books

Recapitulare și evaluare inițială

PE Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale

ALGEBRĂ

TESTUL 1

1. a) Se consideră numerele:

$a = (-4) \cdot (+6) - [(-24) : (+3) - (-28) : (-7) - (+16) : (-8)]$ și

$b = [(-6) \cdot (+2) - (-5) \cdot (+3) - (-7) \cdot (-3)] : (-12 + 15)$.

Calculați $n = a - b$.

b) Se consideră numerele:

$x = (-3) \cdot (+7) - [(-18) : (+3) - (+24) : (-6) + (-32) : (-4)] \cdot (-11 + 9)$ și

$y = [(-7) \cdot (+4) - (-8) \cdot (+3) - (-6) \cdot (-2)] : (-6 + 8)$.

Calculați $n = x + y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $27 - 3(2x - 3) = 18$; b) $2(3x + 4) - 15 = 11$;

c) $2(5x - 13) + 33 = 3(2x + 1) + 20$; d) $3x + 5 - 2(x + 2) = 8 + 3(x - 1)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $11 - 2(3x - 4) > 1$; b) $2(2x + 1) + 13 \leq 3(x - 1) + 22$;

c) $17x + 19 \leq 6(2x + 5) + 2(x - 5) + 11$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 3| \leq 2$; b) $|2x + 5| < 9$; c) $2[3 \cdot |2x - 7| - 7] - 23 < 17$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n, pentru care:

a) $\frac{n+10}{n+1} \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{3n+14}{n+2} \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{4n+7}{2n-1} \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{3n+8}{2n+1} \in \mathbb{Z}$.

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \left(+\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(-\frac{15}{16}\right)$; b) $\left(+\frac{16}{21}\right) \cdot \left(-\frac{35}{32}\right) - \left(-\frac{24}{49}\right) \cdot \left(+\frac{21}{32}\right)$;

c) $\left(-\frac{5}{18} + \frac{7}{12}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right) - \left(-\frac{13}{24} + \frac{7}{18}\right) \cdot \left(-1\frac{5}{22}\right)$;

d) $\left(-\frac{1}{10} + \frac{2}{15}\right) \cdot \left(-7\frac{1}{2}\right) + (-4) \cdot \left(-\frac{7}{20} + \frac{4}{15}\right)$.

7. Numerele 377, 517 și 803, împărțite la același număr natural nenul n, dau câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv, 11. Determinați valorile împărțitorului n.

8. Determinați cel mai mic număr natural n, care împărțit pe rând la 20, 24 și, respectiv, 28, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 14, 18 și, respectiv, 22.

LPPIS | Weknow

9. Determinați cifrele a și b, astfel încât următoarele relații să fie adevărate:
a) $\overline{a24b} \vdots 12$; b) $\overline{a68b} \vdots 18$; c) $\overline{7a4b} \vdots 36$.

10. a) Determinați numerele naturale nenule a și b, cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 504$.

b) Se consideră numerele naturale nenule a și b, cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 15$ și $[a; b] = 1575$. Determinați valorile diferenței $b - a$.

11. Arătați că pentru orice număr natural n, fracțiile de mai jos sunt ireductibile:
a) $\frac{9n+17}{12n+23}$; b) $\frac{8n+11}{12n+17}$; c) $\frac{6n+7}{9n+10}$; d) $\frac{9n+11}{12n+15}$.

12. Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul
$$A = 3^{n+1} \cdot 2^{2n} \cdot 24 + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+2} + 2^{n+3} \cdot 6^n - 3^{n+1} \cdot 4^{n+2}$$
se divide cu 17.

13. Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul
$$A = 4^{n+4} - 5 \cdot 4^{n+3} + 7 \cdot 4^{n+2} - 3 \cdot 4^{n+1} + 6 \cdot 4^n$$
este divizibil cu 21.

TESTUL 2

1. a) Se consideră numerele:
$a = (-7 + 11) \cdot [(+7) \cdot (-5) - (-8) \cdot (+4)]$ și $b = (-12 + 9) \cdot [(-5) \cdot (+9) + (-6) \cdot (-8)]$.
Calculați $n = a - 2b$.

b) Se consideră numerele:
$x = (-8 + 12) \cdot [(-7) \cdot (-6) - (-8) \cdot (-9) - (+3) \cdot (-8)]$ și
$y = (-15 + 12) \cdot [(-72) : (-9) - (-56) : (+8) - (-54) : (-6)]$.
Calculați $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:
a) $5x - 2(x - 7) - 9 = x + 15$; b) $3(2x + 7) - 14 = 2(2x - 5) + 3$;
c) $2[3(2x - 3) - 8] - 9 = 5$; d) $3(3x + 4) - 5 = 2(2x + 7) + 13$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:
a) $|x + 4| < 3$; b) $2 \cdot |x - 2| + 7 \leq 13$; c) $|2x - 1| < 7$.

4. Calculați:
a) $\left(-\frac{15}{16}\right) \cdot \left(+\frac{28}{25}\right) - \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(+\frac{15}{18}\right)$; b) $\left(-\frac{16}{21}\right) \cdot \left(+1\frac{3}{32}\right) - \left(-\frac{26}{45}\right) \cdot \left(+\frac{10}{13}\right)$;
c) $\left(-\frac{7}{10} + \frac{8}{15}\right) : \left(-\frac{4}{15}\right) - \left(-\frac{8}{15} + \frac{9}{20}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$; d) $\left[-\frac{4}{7} + \left(-\frac{3}{35}\right) : \left(-\frac{9}{25}\right)\right] : \left(-\frac{2}{7}\right)$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n, pentru care:
a) $\frac{n+9}{n+1} \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{2n+16}{n+2} \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{4n+33}{2n-1} \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{3n+19}{2n+1} \in \mathbb{Z}$.

6. Împărțind numerele 229, 197 și 263 la același număr natural nenul, se obțin câturile nenule și resturile 13, 17 și, respectiv, 11. Aflați toate valorile împărțitorului.

7. Determinați numerele naturale nenule a și b, cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 360$.

8. Determinați cel mai mic număr natural nenul, știind că împărțindu-l pe rând la 27, 36 și, respectiv, 48, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 21, 30 și, respectiv, 42.

LIBRIS Webnew books

9. Determinați cifrele a și b, astfel încât relațiile de mai jos să fie adevărate:
a) $12 \mid \overline{4a9b}$; b) $18 \mid \overline{7a3b}$; c) $36 \mid \overline{5a4b}$; d) $45 \mid \overline{2a7b}$.

10. a) Determinați numerele naturale nenule x, y, z și t, direct proporționale cu numerele 0,25, 0,(3), 0,5 și, respectiv, 0,1(6) și a căror sumă este egală cu 270.

b) Determinați numerele naturale nenule a, b, c, direct proporționale cu numerele 8, 12 și, respectiv, 18, iar $abc = 84^3$.

c) Determinați numerele naturale nenule a, b, c, invers proporționale cu numerele 0,1(6), 0,0(5) și, respectiv, 0,041(6), iar $4a + 3b - 2c = 120$.

11. a) Arătați că, numărul $A = 2^{n+3} \cdot 8^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+1} \cdot 8^n - 15 \cdot 2^{n+2} \cdot 8^n$ se divide cu 10, pentru orice număr natural n.

b) Arătați că, numărul $A = 7 \cdot 2^{n+1} \cdot 15^n - 5 \cdot 3^{n+1} \cdot 10^n + 2^{n+2} \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n.

c) Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul a este divizibil cu 17, unde
$$a = 2^{2n+3} \cdot 3^{n+1} - 5 \cdot 2^{2n+1} \cdot 3^{n+2} + 7 \cdot 2^{n+2} \cdot 6^{n+1}.$$

TESTUL 3

1. a) Se consideră numerele:
$a = (-18 + 12) \cdot [(-8) \cdot (+4) - (-5) \cdot (+6) - (-28) : (+7)]$ și
$b = (-17 + 14) \cdot [(-6) \cdot (+4) - (-7) \cdot (+3) - (-45) : (+9)]$.

Calculați valoarea numărului $n = \frac{a}{b}$.

b) Se consideră numerele:
$x = (-2 + 5) \cdot [(-32) : (+4) + (-42) : (+7) - (-35) : (+5)]$ și
$y = (-9 + 7) \cdot [(-3) \cdot (-8) - (-4) \cdot (-9) - (-2) \cdot (+9)]$.

Calculați valoarea numărului $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:
a) $23 - 3(4 - 5x) = 41$; b) $15 + 7x - 2(x - 5) = 6(2x + 5) - 26$;
c) $2(4x - 13) - 3(x + 3) + 13 = 2(2x + 7) - 29$;
d) $2(3x + 5) - 5(1 - 2x) = 7(2x - 3) + 18$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:
a) $3(x - 1) \leq 2(x - 3) + 7$; b) $2x + 9 - 3(x - 2) \leq 4(3 - x) + 18$;
c) $3(4 - 3x) + 2(5x - 3) \leq 12 - x$; d) $3(2x - 5) - 4(1 - 2x) \leq 6(2x + 3) - 25$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:
a) $|x - 2| \leq 3$; b) $|2x + 7| < 5$; c) $|2x - 1| + 7 < 12$.

5. a) Se consideră mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{18}{x-2} \in \mathbb{N} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{24}{x+3} \in \mathbb{N} \right\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

b) Se consideră mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{Z}^* \,\middle|\, \frac{15}{2x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \frac{21}{2x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

6. Calculați:
a) $\left(-\frac{32}{27}\right) \cdot \left(-\frac{45}{48}\right) - \left(-\frac{25}{36}\right) \cdot \left(-\frac{12}{10}\right)$; b) $\left(-\frac{14}{15}\right) : \left(+\frac{21}{10}\right) + \left(-\frac{28}{45}\right) : \left(-\frac{21}{20}\right)$;

LIBRIS We know books

c) $\left(-\frac{8}{15}+\frac{7}{10}\right)\cdot\left(-2\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{5}{12}+\frac{9}{16}\right):\left(-1\frac{3}{32}\right)$;

d) $\left(-\frac{16}{21}+\frac{9}{14}\right):\left(-\frac{15}{28}\right)+\left(-\frac{7}{18}+\frac{5}{24}\right):\left(+\frac{13}{48}\right)$.

7. a) Se consideră numerele naturale nenule a și b, care au produsul egal cu 3024 și $(a; b) = 12$. Determinați minimul sumei $a + b$.

b) Determinați toate numerele naturale n, cuprinse între 1200 și 4800, care împărțite pe rând la 20, 28 și 36 dau de fiecare dată câturile nenule și restul egal cu 13.

8. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele x și y, dacă:

a) $3 \mid \overline{2x7y}$, unde $y = x + 2$;

b) $9 \mid \overline{1x3y}$, unde $y = x - 1$;

c) $2 \mid \overline{x53y}$, unde $x = y - 2$;

d) $5 \mid \overline{x92y}$, unde $x = y + 4$.

9. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele a și b, dacă:

a) $12 \mid \overline{3a4b}$; b) $15 \mid \overline{6a2b}$; c) $18 \mid \overline{2a7b}$; d) $36 \mid \overline{5a6b}$; e) $45 \mid \overline{1a6b}$.

10. a) Arătați că numărul $N = 2^{n+4} - 3 \cdot 2^{n+3} + 7 \cdot 2^{n+2} - 5 \cdot 2^{n+1} + 3 \cdot 2^n$ este divizibil cu 13, pentru orice număr natural n.

b) Arătați că numărul $A = 4 \cdot 3^{n+2} \cdot 5^{n+1} - 2 \cdot 3^n \cdot 5^{n+2} - 14 \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n.

11. Numerele 411, 333 și 255, împărțite la același număr natural n, dau câturile nenule și resturile egale cu 11, 13 și, respectiv, 15. Determinați valorile pe care le poate lua n.

12. Prețul unui obiect s-a scumpit cu 20%. După un anumit timp, noul preț s-a micșorat cu 25%. După aceste două modificări de preț, prețul actual al obiectului este egal cu 270 lei. Care a fost prețul inițial al obiectului?

13. Determinați numerele naturale nenule a și b, știind că 40% din a reprezintă 75% din b și că $2a + 3b = 216$.

14. Arătați că fracțiile $\frac{4n+7}{10n+17}$, $\frac{6n+7}{8n+9}$ și $\frac{7n+12}{3n+5}$ sunt ireductibile, pentru orice numere naturale n.

TESTUL 4

1. Se consideră numerele:

$a = (-25 + 30)[(+8) \cdot (-5) - (+4) \cdot (-9)]$, $b = (-18 + 22)[(-7) \cdot (-5) + (+14) \cdot (-3)]$,

$c = (-32 + 28)[(-54) : (+9) + (-56) : (-8) + (+42) : (-7)]$ și

$d = (-40 + 36)[(-60) : (-5) + (-42) : (-7) + (+40) : (-5)]$.

Calculați $a - b$ și $c - d$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $4(x - 2) + 5 = 2x + 9$;

b) $3(2x - 1) - 7 = 4x + 6$;

c) $9x - 16 - 2(3x - 5) + 13 = 5(2x - 7) - 3(3x - 8)$;

d) $8 + 3(7 - 2x) + 8x = 5(3x + 4) - 7(2x - 5)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $3(x - 5) + 7 < 2(x + 2) - 9$;

b) $2(2x - 3) + 9 \leq 3(x - 2) + 13$;

c) $6(x + 4) - 2(2x + 5) \leq x + 18$;

d) $3(2x + 7) - 13 \leq 5(2x + 3) - 2(3x + 5) + 15$.

LIBRIS | we know books

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:
a) $|x-2|<5$; b) $|2x-5|<9$; c) $2|2x+3|-9<5$;
d) $3(2x+7)-13\le 5(2x+3)-2(3x+5)+15$; e) $3(2x+9)-2(x+4)-15<3(x+5)-8$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n, pentru care:
a) $\frac{n+3}{n-1}\in\mathbb{Z}$; b) $\frac{2n+5}{n-2}\in\mathbb{Z}$; c) $\frac{4n+13}{2n-1}\in\mathbb{Z}$; d) $\frac{5n+13}{2n+1}\in\mathbb{Z}$.

6. Calculați:
a) $\left(-\frac{7}{12}+\frac{3}{8}\right)\cdot\left(-\frac{8}{15}\right)+\left(-\frac{7}{24}\right)\cdot\left(+\frac{16}{21}\right)$;
b) $\left(-\frac{8}{15}+\frac{3}{10}\right):\left(-\frac{14}{15}\right)+\left(-\frac{2}{9}+\frac{1}{12}\right):\left(-\frac{5}{9}\right)$;
c) $\left(-\frac{5}{21}+\frac{9}{14}\right):\left(-2\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{3}{8}+\frac{1}{12}\right):\left(-1\frac{7}{8}\right)$;
d) $\left(-\frac{5}{12}+\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-4\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{18}-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(+3\frac{3}{8}\right)$.

7. Numerele 1530, 813 și 1027, împărțite la același număr natural nenul n, dau câturile nenule și resturile egale cu 18, 21 și, respectiv, 19. Determinați toate valorile numărului n.

8. Determinați cel mai mic număr natural nenul n care, împărțit pe rând la 24, 28 și 36 dă câturile nenule și, de fiecare dată, restul egal cu 19.

9. Determinați cifrele a și b pentru care:
a) $15\mid\overline{8a2b}$; b) $18\mid\overline{5a4b}$; c) $12\mid\overline{9a6b}$.

10. Se consideră numerele naturale nenule a și b, cu $a<b$, pentru care $(a;b)=21$ și $[a;b]=315$, unde $(a;b)$ și $[a;b]$ reprezintă c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. ale numerelor a și b. Calculați valorile sumei $a+b$.

11. Arătați că pentru orice numere naturale n, fracțiile de mai jos sunt ireductibile:
a) $\frac{5n+3}{7n+4}$; b) $\frac{6n+5}{8n+7}$; c) $\frac{6n+11}{9n+16}$; d) $\frac{10n+13}{14n+19}$.

12. Demonstrați că, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, numărul A se divide cu 31, unde:
$$A=4\cdot 3^n\cdot 5^{n+2}-2\cdot 3^{n+2}\cdot 5^{n+1}+7\cdot 3^{n+1}\cdot 5^n.$$

13. Arătați că numerele naturale a și b sunt prime între ele, pentru orice $n\in\mathbb{N}$:
a) $a=9n+13$ și $b=15n+22$; b) $a=12n+15$ și $b=15n+19$;
c) $a=12n+17$ și $b=9n+13$; d) $a=14n+11$ și $b=18n+13$.

TESTUL 5

1. a) Se consideră numerele:
$a=(-24+27)\cdot[(-7)\cdot(+4)-(+8)\cdot(-3)-(-42):(-7)]$ și
$b=(-15+18)\cdot[(-3)\cdot(-12)+(-13)\cdot(+3)-(-56):(+8)]$.
Calculați numărul $n=a+2b$.
b) Se consideră numerele:
$x=(-5+9)\cdot[(-63):(-7)+(-24):(+4)-(-35):(+5)]$ și
$y=(-9+12)\cdot[(-7)\cdot(-8)+(+9)\cdot(-6)-(-45):(-9)]$.
Calculați numărul $n=x+4y$.

LIBRIS We know books

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $2(2x+5)-9=13$; b) $42-5(2x-9)=27$;

c) $3[2(2x-3)-9]-8=7$; d) $3(4x-5)+32=27+2(3x-2)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $7-2(3-2x)\leq 17$; b) $2(2x-5)-3<7-x$;

c) $2[3(2x-5)-7]-3\leq 1$; d) $4(2x+7)-23<2(3x+5)+7$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x+1|<4$; b) $|2x-3|<7$; c) $3\cdot|2x-1|-5<16$;

d) $3[2\cdot|2x-5|-9]-8<7$.

5. Determinați valorile întregi ale lui x, pentru care:

a) $\frac{x+8}{x+2}\in\mathbb{Z}$; b) $\frac{2x+3}{x-3}\in\mathbb{Z}$; c) $\frac{4x+11}{2x+1}\in\mathbb{Z}$; d) $\frac{5x+8}{2x-1}\in\mathbb{Z}$.

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{5}{8}+\frac{7}{12}-\frac{11}{16}\right):\left(-\frac{7}{16}\right)$; b) $\left(-\frac{9}{28}+\frac{5}{42}-\frac{8}{21}\right):\left(-1\frac{5}{9}\right)$;

c) $\left(-\frac{2}{9}+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{3}{11}\right)+\left(-\frac{7}{36}\right)\cdot\left(+2\frac{4}{7}\right)$;

d) $\left(-\frac{4}{21}+\frac{5}{28}\right)\cdot(-14)-\left(-3\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{14}+\frac{1}{42}\right)$.

7. Împărțind numerele 269, 307 și 389 la același număr natural nenul n, se obțin câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv 11. Aflați toate valorile împărțitorului.

8. Numărul natural n cuprins între 400 și 450, împărțit la 18 și, respectiv, 24, dă câturile nenule și resturile 12 și, respectiv, 18. Determinați valoarea numărului natural n.

9. Determinați cifrele a și b, pentru care:

a) $12\mid\overline{3a6b}$; b) $15\mid\overline{9a4b}$; c) $18\mid\overline{5a8b}$.

10. Se consideră numerele naturale nenule a și b, cu $a<b$, pentru care $(a;b)=15$ și $[a;b]=450$. Calculați valorile diferenței $b-a$.

11. Arătați că pentru orice număr natural n, numerele naturale a și b sunt prime între ele, unde:

a) $a=5n+7$ și $b=8n+11$; b) $a=4n+3$ și $b=6n+5$;

c) $a=8n+9$ și $b=10n+11$; d) $a=6n+7$ și $b=8n+9$.

12. Arătați că pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$, numărul A este divizibil cu 30, unde:

$$A=2^{n+5}-5\cdot 2^{n+4}+7\cdot 2^{n+3}-3\cdot 2^{n+2}+5\cdot 2^{n+1}+9\cdot 2^n.$$

13. Arătați că pentru orice $n\in\mathbb{N}$, numărul A este divizibil cu 33, unde:

$$A=3^{2n+5}\cdot 7^n-63^{n+1}-3^{2n+1}\cdot 7^{n+2}.$$

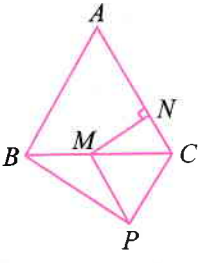
LIBRIS we know books

TESTUL 1

1. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $AB \equiv AC$ și $AM \equiv AN$, unde $M \in AB$, iar $N \in AC$ și $BN \cap CM = \{P\}$. Arătați că:

a) $BN \equiv CM$; b) $PM \equiv PN$; c) $AP \perp BC$.

2. În figura alăturată, triunghiurile ABC și PMC sunt echilaterale, punctul M este mijlocul laturii BC, iar punctul N este piciorul perpendicularei duse din M pe latura AC.



a) Arătați că dreptele AB și CP sunt paralele.

b) Calculați măsura unghiului ABP.

c) Dacă pe semidreapta AB se ia un punct T astfel încât punctul B să fie interior segmentului AT, iar $BT = \frac{AB}{2}$, arătați că punctele T, M și N sunt coliniare.

3. Se consideră triunghiul ABC, iar punctul D este mijlocul laturii BC, astfel încât $AD \equiv BD \equiv CD$.

a) Arătați că $\measuredangle BAC = 90°$. b) Dacă $\measuredangle B = 2\measuredangle C$, arătați că $BC = 2AB$.

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$, în care punctele D și E sunt mijloacele laturilor AC și AB. Știind că punctul M este simetricul punctului C față de E și N este simetricul punctului B față de D, demonstrați că:

a) $BD \equiv CE$; b) $AM \equiv AN$;

c) punctele M, A, N sunt coliniare.

5. Se consideră triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$ și $AM \equiv AN$, unde $M \in AB$ și $N \in AC$, iar $BN \cap CM = \{P\}$. Demonstrați că:

a) $BN \equiv CM$; b) ΔBPC este isoscel;

c) semidreapta AP este bisectoarea unghiului BAC.

TESTUL 2

1. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $N \in AB$ și $P \in AC$, astfel încât $BN \equiv CP$, iar $BP \cap CN = \{M\}$. Arătați că:

a) $BP \equiv CN$; b) $NP \parallel BC$; c) Triunghiul BMC este isoscel.

2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu $\measuredangle BAC = 90°$, iar punctul D este mijlocul ipotenuzei BC. Se notează cu E simetricul punctului A față de punctul D. Arătați că:

a) $AB \equiv CE$; b) $\measuredangle ACE \equiv \measuredangle BAC$; c) $AD = \frac{BC}{2}$.

3. În triunghiul ABC, BM și CN sunt înălțimi, $M \in AC$ și $N \in AB$. Pe semidreapta MB se ia punctul P astfel încât $BP \equiv AC$, punctul B fiind interior segmentului PM, iar pe semidreapta NC se ia punctul T astfel încât $CT \equiv AB$, punctul C fiind interior segmentului NT. Arătați că:

a) $\measuredangle ABP \equiv \measuredangle ACT$; b) $AP \equiv AT$; c) $\measuredangle PAT = 90°$.

4. În triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$, se iau punctele M și N pe latura BC, astfel încât $BM \equiv MN \equiv NC$, punctele P și Q fiind situate pe laturile AB, respectiv AC, astfel încât $PB \equiv QC$, iar $PN \cap QM = \{T\}$. Arătați că:

a) $AM \equiv AN$; b) $PN \equiv QM$; c) $AT \perp MN$.

5. În triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$, se iau punctele E și F, $E \in AB$ și $F \in AC$, cu $AE \equiv AF$ și $BF \cap CE = \{D\}$. Se prelungesc segmentele BF și CE cu segmentele BG, respectiv CH, unde $BG \equiv CH$, iar punctul B este interior segmentului FG și punctul C este interior segmentului EH. Arătați că:

a) $\sphericalangle ABF \equiv \sphericalangle ACE$; b) ΔAGH este isoscel; c) $AD \perp GH$.

TESTUL 3

1. Se consideră triunghiul echilateral ABC și $M \in BC$, $N \in AB$ și $P \in AC$, astfel încât $BN \equiv CM \equiv AP$. Arătați că triunghiul MNP este echilateral.

2. În triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$, $\sphericalangle BAC < 60°$, se duc $BM \perp AC$ și $CN \perp AB$, unde $M \in AC$ și $N \in AB$. Fie P simetricul punctului C față de N și T simetricul punctului B față de M. Știind că $BT \cap CP = \{H\}$, arătați că:

a) $BM \equiv CN$; b) ΔAPT este isoscel; c) $HP \equiv HT$; d) $AH \perp PT$.

3. În triunghiul ABC, BD și CE sunt mediane, $D \in AC$ și $E \in AB$, astfel încât $BD \perp CE$, iar $BD \cap CE = \{G\}$. Știind că $AG \cap BC = \{F\}$, iar $FM \perp CE$ și $FN \perp BD$, cu $M \in CE$ și $N \in BD$, arătați că:

a) $2AF = 3BC$; b) $FM \equiv GD$; c) $FG \equiv MN$.

4. Se consideră triunghiul ABC cu $A = 90°$, iar pe laturile AB și AC se construiesc în exterior triunghiurile echilaterale ABE și ACF. Știind că $FM \perp AC$ și $EN \perp AB$, cu $M \in AC$ și $N \in AB$, iar $MF \cap NE = \{O\}$, arătați că:

a) semidreapta FA este bisectoarea unghiului EFB;

b) $EF \equiv EC \equiv BF$; c) punctul O aparține ipotenuzei BC.

5. În triunghiul dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle A = 90°$, se ia un punct oarecare $M \in BC$ și se duc $ME \perp AB$, $E \in AB$ și $MF \perp AC$, $F \in AC$. Fie N simetricul punctului M față de F și P simetricul punctului M față de E. Arătați că:

a) $AP \equiv AN$; b) punctele P, A, N sunt coliniare;

c) triunghiul PMN este dreptunghic, cu $\sphericalangle PMN = 90°$.

TESTUL 4

1. În triunghiul isoscel ABC, cu $AB \equiv AC$, se duc perpendicularele $BM \perp AC$ și $CN \perp AB$, unde $M \in AC$ și $N \in AB$, P este simetricul punctului C față de N și T este simetricul punctului B față de M. Arătați că:

a) ΔAPT este isoscel; b) $PB \equiv TC$; c) $PT \parallel BC$.

2. Se consideră triunghiul ABC, cu $\sphericalangle B = 45°$. Fie punctul P mijlocul laturii AC, iar AM și CN înălțimi în triunghiul ABC, cu $M \in BC$ și $N \in AB$. Arătați că:

a) $MP \equiv NP$; b) $\sphericalangle MPN = 90°$.

LIBRIS We know books

3. În triunghiul isoscel ABC, cu $AB \equiv AC$, pe dreapta BC se iau punctele M și N, astfel încât punctul B este interior segmentului MC, iar punctul C este interior segmentului NB, unde $BM \equiv AB$ și $CN \equiv AC$. Se duc $BT \perp AM$ și $CR \perp AN$, cu $T \in AM$ și $R \in AN$, iar $BT \cap CR = \{P\}$. Arătați că:

a) $AM \equiv AN$; b) $PM \equiv PN$;

c) punctele A, P și mijlocul laturii BC sunt coliniare.

4. În triunghiul echilateral ABC, $M \in AB$ astfel încât $AM = 2BM$. Prin punctul B se duce o dreaptă paralelă cu latura AC a triunghiului. Știind că această paralelă se intersectează cu semidreapta CM în punctul N, astfel încât $AC = 2BN$, iar punctul P este mijlocul laturii BC, demonstrați că:

a) semidreapta BM este bisectoarea unghiului CBN;

b) $\measuredangle ANB = 90°$; c) $AN \equiv AP$.

5. Fie ABC un triunghi oarecare. Prin vârfurile sale se duc paralele la laturile opuse lor. Arătați că vârfurile triunghiului dat sunt mijloacele laturilor triunghiului obținut.

TESTUL 5

1. În triunghiul dreptunghic ABC, cu $\measuredangle A = 90°$ și $\measuredangle C = 2\measuredangle B$, punctul D este mijlocul ipotenuzei BC. Mediatoarea laturii BC intersectează latura AB în punctul E, iar punctul F este mijlocul segmentului BE. Arătați că:

a) ΔDEF este echilateral; b) $CE \equiv AF$; c) $FD \parallel CE$.

2. În triunghiul isoscel ABC, cu $AB \equiv AC$ și $BC < AB$, punctele D și E sunt mijloacele laturilor AB și, respectiv, AC. Mediatoarele laturilor AC și AB intersectează dreapta BC în punctul F, respectiv G, iar $EF \cap AB = \{M\}$ și $DG \cap AC = \{N\}$. Arătați că:

a) $DG \equiv EF$; b) ΔAFG este isoscel; c) $MN \parallel BC$.

3. În triunghiul isoscel ABC, $AB \equiv AC$, BD și CE sunt mediane, $D \in AC$ și $E \in AB$, iar $BD \cap CE = \{M\}$. Medianele se prelungesc cu segmentele $BD \equiv BF$ și $CE \equiv CG$, astfel încât punctul B să fie interior segmentului DF, iar punctul C să fie interior segmentului EG. Arătați că:

a) $\measuredangle ADB \equiv \measuredangle AEC$; b) ΔAFG este isoscel; c) $AM \perp FG$; d) $BC \parallel FG$.

4. În triunghiul echilateral ABC, $AD \perp BC$, $D \in BC$, punctul E este mijlocul laturii AC, $AD \cap BE = \{H\}$, iar punctul F este simetricul punctului H față de punctul E. Demonstrați că:

a) $EF = \frac{AH}{2}$; b) ΔAFC este isoscel; c) $CF \equiv BH$.

5. Fie ABC un triunghi oarecare. Pe dreapta BC se iau punctele D și E, astfel încât triunghiurile ABD și ACE să fie isoscele, cu punctul B interior segmentului DC și punctul C interior segmentului BE. Știind că $BF \perp AD$, $F \in AD$ și $CG \perp AE$, $G \in AE$, iar $BF \cap CG = \{H\}$, arătați că:

a) ΔAHD este isoscel; b) $HD \equiv HE$;

c) semidreapta AH este bisectoarea unghiului BAC.

LIBRIS We know books

Capitolul I
Mulţimea numerelor reale

PP Competenţe specifice

- C_1. Identificarea numerelor aparţinând diferitelor submulţimi ale lui $\mathbb{R}$
- C_2. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea şi aproximarea numerelor reale
- C_3. Utilizarea unor algoritmi şi a proprietăţilor operaţiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- C_4. Folosirea terminologiei aferente noţiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- C_5. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- C_6. Modelarea matematică a unor situaţii practice care implică operaţii cu numere reale

Rădăcina pătrată

PE-PP

1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect



- Numărul natural x se numeşte **pătrat perfect** dacă există numărul întreg a cu proprietatea că $x = a^2$, unde $a \in \mathbb{Z}$.
- Numărul $|a|$ se numeşte **rădăcina pătrată** a numărului x şi se notează cu $\sqrt{x}$.
- $\sqrt{x^2} = |x|$, pentru orice număr întreg x.

Observaţii: Dacă x este un număr natural nenul, pătrat perfect, atunci există două numere distincte al căror pătrat este x, şi anume $\sqrt{x}$ şi $-\sqrt{x}$. Evident că numai unul dintre ele este număr natural. De aceea, dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\sqrt{x^2} = |a|$.

a) $x = a^2$ implică $\sqrt{x} = \sqrt{a^2} = |a|$. b) Dacă $a \geq 0$, atunci $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = |10| = 10$; $\sqrt{64} = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25x^2y^4} = \sqrt{(5xy^2)^2} = |5xy^2| = 5y^2|x|$.

LIBRIS We know books

activități de învățare

PE înțelegere *

1. Copiați și completați următorul tabel ($x \in \mathbb{Z}$):

x	-5	-3	-2	0			9	12
x^2					16	36		

2. a) Scrieți toate pătratele perfecte mai mici decât 90.
b) Scrieți toate numerele pătrate perfecte cuprinse între 140 și 290.
c) Scrieți pătratele perfecte de trei cifre, mai mari ca 300.

3. Determinați numerele raționale care au pătratul egal cu:
a) 25; b) 64; c) 121; d) 729; e) 1296.

4. Descompuneți în factori primi numerele următoare și arătați că sunt pătrate perfecte:
a) 36; b) 64; c) 1; d) 169; e) 324; f) 529;
g) $2^8 \cdot 81$; h) $49 \cdot 64 \cdot 5^2$; i) $4^3 \cdot 5^6$; j) $16^3 \cdot (-5)^4$; k) $121 \cdot 169^3$.

5. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
a) 36; 4; 15; 56; 169; 190; 196; 225; 240; 256;
b) 13^2; $(-9)^4$; 3^8; $(-7)^5$; 18^3; $(-12)^{18}$; $(-21)^7$; $(-28)^6$;
c) 5^{8n}; 7^{6n+4}; 28^{n^4+1}; 15^{n^2+n}; 12^{n^2-n+6}, $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.

6. Fie $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$.
a) Determinați elementele mulțimii B.
b) Determinați elementele mulțimii $C = \{z \mid z = \sqrt{y}, y \in B\}$.

7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{64} = 8$; b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$; c) $\sqrt{123^2} = 123$;
d) $\sqrt{(-432)^2} = 432$; e) $\sqrt{49a^2} = 7a$, $a < 0$; f) $\sqrt{(-25a^2)^2} = 5a^2$;
g) $\sqrt{(-64a)^4} = 8a^2$; h) $\sqrt{81a^8b^2} = 9a^4b$, $b < 0$.

8. Rezolvați ecuațiile:
a) $x^2 = 36$; b) $x^2 = 1600$; c) $5x^2 = 245$;
d) $-2x^2 = -72$; e) $x^2 + 9 = 265$; f) $x^2 - 14 = 155$;
g) $-3x^2 + 175 = -257$; h) $-2x^2 + 27 = -101$; i) $(x-3)^2 = 4$;
j) $(x+4)^2 = 9$; k) $25 - (x+3)^2 = 9$; l) $-144 - (x-5)^2 = -225$;
(i) în mulțimea numerelor naturale;
(ii) în mulțimea numerelor întregi.

9. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \ldots + a^n = \dfrac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:
a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{201}$;
b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{249}$;
c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \ldots + 5^{359}$;
d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \ldots + 3^{98}$;

e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + ... + 6^{198}$;

f) $\sqrt{63x+1}$, unde $x = 1 + 8^2 + 8^4 + 8^6 + ... + 8^{2018}$.

10. Arătați că x este un număr natural pătrat perfect.

a) $x = (1 + 2 + 3 + ... + 98) + 49$;
b) $x = 1 + 3 + 5 + ... + 225$;
c) $x = 1 + 3 + 5 + ... + 2019$;
d) $x = 2 + 4 + 6 + ... + 2018 + 1010$;
e) $x = 3 + 6 + 9 + 12 + ... + 864 + 41616$;
f) $x = 3(1 + 3 + 5 + 7 + ... + 2017) - 1009 \cdot 2018$.

11. Calculați x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați $\sqrt{x}$:

a) $x = 2(1 + 2 + 3 + ... + 98) + 99$;
b) $x = 8(1+ 2 + 3 + ... + 49) + 1225$;
c) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 648 - 324^2$;
d) $x = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 224 + 16 \cdot 450$;
e) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 450 - 225^2$;
f) $x = 3(1 + 3 + 5 + ... + 99) - 5000$;
g) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 100 - 25 \cdot 2$;
h) $x = 1 + 2 + 3 + ... + 120 + 2 \cdot 242$.

12. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați $\sqrt{x}$:

a) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + ... + 9^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

b) $x - 25 = 24(25 + 25^2 + 25^3 + ... + 25^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + ... + 16^{n+1})$, $n \in \mathbb{N}$;

d) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + ... + 4^{n+2})$, $n \in \mathbb{N}$.

13. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde:

$$x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}.$$

14. Se dau numerele:

$a = 2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + ... + 2^{2017} + 2^{2019}$ și $b = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + ... + 2^{2016} + 2^{2018}$.

Arătați că numărul $x = a + b + 1$ este un pătrat perfect.

15. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte, după care calculați $\sqrt{x}$:

a) $x = 6 + 12 + 18 + ... + 288$;
b) $x = 4 + 8 + 12 + ... + 196$;
c) $x = 1 + 3 + 5 + ... + 1001$;
d) $x = 1 + 3 + 5 + ... + 2021$;
e) $x = 1203 + 2 + 4 + 6 + ... + 2404$.

16. Arătați că numerele de mai jos nu pot fi pătrate perfecte:

a) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + 2^{2001}$;
b) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + ... + 3^{2001}$.

17. a) Arătați că numărul $x = 1010 + 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 2018$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{x}$.

b) Arătați că numărul $a = 432 \cdot 289 + 1 + 2 + 3 + ... + 288$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{a}$.

c) Arătați că numărul $n = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + ... + 360)$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{n}$.

d) Arătați că numărul $n = 6^3 + 20 + 21 + 22 + ... + 37$ este pătrat perfect și rezolvați ecuația $x^2 = n$.

e) Arătați că numărul $n = 243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{n}$.

UBBIS We know books

PE Aplicare și exersare **

18. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

a) $x = 5n + 3$; b) $x = 15n + 8$; c) $x = 25n - 7$; d) $x = 10n + 2$;
e) $x = 6^n + 2$; f) $x = 10^n + 23$; g) $x = 31^n + 16$; h) $x = 25^n + 18$;
i) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + ... + 8^{2017}$; j) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + ... + 7^{2021}$.

19. Arătați că numărul $n = \sqrt{\overline{x9} \cdot \overline{x7} + 1}$ este număr natural, pentru orice cifră nenulă x.

20. Arătați că numărul $A = \sqrt{5^{4n+2} \cdot 9^{2n+2} + 25^{2n} \cdot 3^{4n+4} \cdot 24}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n.

21. Fie numărul natural $a = 7^{2n} \cdot 576^{n+1} + 24^{2n} \cdot 49^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este natural par, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$.

22. Fie numărul natural $a = 5^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 25^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este natural par, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$.

23. Efectuați:

a) $\sqrt{14^2}; \sqrt{23^4}; \sqrt{(-35)^2}; \sqrt{3^6}; \sqrt{(-7)^4}; \sqrt{a^2}; \sqrt{a^4}; \sqrt{(-a)^8}; \sqrt{a^6}$, $a \in \mathbb{Z}$;

b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2}; \sqrt{16^2 \cdot 5^2}; \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}; \sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^4}; \sqrt{18^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6}; \sqrt{12^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$.

24. Calculați:

a) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2 \cdot 7^2 \cdot 5^4}$; c) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-7)^2}$;
d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4}$; e) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-14)^2 (-15)^2}$; f) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 7^2 \cdot (-2)^2}$;
g) $\sqrt{2^{10} \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^8 \cdot (-3)^2 \cdot 5^2}$;
j) $\sqrt{5^2 \cdot 11^2 \cdot 3^4}$; k) $\sqrt{(-3)^6 \cdot (-2)^{10}}$; l) $\sqrt{(-7)^2 \cdot (-26)^2}$.

25. Calculați:

a) $\sqrt{(-23)^2}$; b) $\sqrt{(-23)^4}$; c) $\sqrt{(-23)^6}$; d) $\sqrt{(-17)^8}$; e) $\sqrt{(-15)^2}$;
f) $\sqrt{(-36)^4}$; g) $\sqrt{(-48)^2}$; h) $\sqrt{(-12)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^{24}}$; j) $\sqrt{2^{2018}}$;
k) $\sqrt{3^{2020}}$; l) $\sqrt{(-6)^{2018}}$; m) $\sqrt{(-7)^{2020}}$; n) $\sqrt{(-5)^{2016}}$.

26. Folosind descompunerea în produs de puteri de factori primi, calculați rădăcina pătrată:

a) $\sqrt{576}; \sqrt{729}; \sqrt{625}; \sqrt{324}$; b) $\sqrt{400}; \sqrt{784}; \sqrt{441}; \sqrt{676}$;
c) $\sqrt{1600}; \sqrt{1296}; \sqrt{1764}; \sqrt{2025}$; d) $\sqrt{2500}; \sqrt{2304}; \sqrt{3136}; \sqrt{5184}$.

27. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

a) $\sqrt{3721}; \sqrt{1936}; \sqrt{4624}; \sqrt{9216}$; b) $\sqrt{7225}; \sqrt{2209}; \sqrt{7056}; \sqrt{3969}$;
c) $\sqrt{2116}; \sqrt{3481}; \sqrt{3844}; \sqrt{2916}$; d) $\sqrt{12769}; \sqrt{45369}; \sqrt{15129}; \sqrt{15876}$.

28. Calculați:

a) $\sqrt{20449} + \sqrt{285156} - \sqrt{54289}$; b) $\sqrt{2916} + \sqrt{41616} - \sqrt{11664}$;
c) $\sqrt{229441} + \sqrt{301401} - \sqrt{546121}$; d) $\sqrt{467856} + \sqrt{264196} - \sqrt{826281}$.

LIBRIS We know books

29. Calculați:

a) $\sqrt{6^3 \cdot 6}$; b) $\sqrt{11^4 \cdot 9}$; c) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 25}$; d) $\sqrt{196 \cdot 2^6 \cdot 81}$;

e) $\sqrt{15^2 - 9^2 + 5^2}$; f) $\sqrt{72^2 - 71^2 + 5^2 + 1}$; g) $\sqrt{7(12^2 - 9^2)}$; h) $\sqrt{2^8(7^2 - 2^4 \cdot 3)}$.

30. Efectuați:

a) $\sqrt{2^6(5^2 - 3^2)}$; b) $\sqrt{5^2 \cdot 2^4 + 5^2 \cdot 3^2}$; c) $\sqrt{5^2 \cdot 17^2 - 2^6 \cdot 5^2}$; d) $\sqrt{13^2 - 5^2 + 9^2}$;

e) $\sqrt{15^2 + 8^2}$; f) $\sqrt{16^2 + 12^2 + 15^2}$; g) $\sqrt{18^2 + 24^2 + 40^2}$; h) $\sqrt{26^2 - 24^2}$.

31. Efectuați calculele:

a) $\sqrt{12^2 + 9^2}$; b) $\sqrt{15^2 - 9^2 + 16^2}$; c) $\sqrt{15^2 + 20^2}$; d) $\sqrt{30^2 - 24^2}$;

e) $\sqrt{3^2 \cdot 5^2 + 2^6}$; f) $\sqrt{3^4 \cdot 13^2 - 3^4 \cdot 5^2}$; g) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2}$.

PE Aprofundare și performanță ***

32. Efectuați calculele:

a) $\sqrt{6 \cdot \sqrt{576}} + \sqrt{3 \cdot \sqrt{144}}$; b) $\sqrt{760 - \sqrt{961}} + \sqrt{1331 - \sqrt{1225}}$;

c) $\sqrt{63 + 3 \cdot \sqrt{729}} + \sqrt{540 + 2 \cdot \sqrt{324}}$; d) $\sqrt{399240 + \sqrt{32902 + \sqrt{910116}}}$.

33. Calculați:

a) $\sqrt{6911 - \sqrt{261850 - \sqrt{531441}}}$; b) $\sqrt{286594 - \sqrt{135920 + \sqrt{58081}}}$;

c) $\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{455625}}} + \sqrt{18\sqrt{24\sqrt{46656}}}$; d) $\sqrt{669 + \sqrt{75\sqrt{18\sqrt{16384}}}}$.

34. Calculați:

a) $\sqrt{119010 - \sqrt{455025 - \sqrt{561001}}}$; b) $\sqrt{66673 - \sqrt{389963 - \sqrt{344569}}}$.

PE-PP Supermate ****

35. Determinați $x \in \mathbb{N}$, știind că:

a) $\sqrt{1 \cdot 7 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^3 + ... + 6 \cdot 7^{2019}} = 7^x$;

b) $9\sqrt{3^{2018} - 2 \cdot 3^{2017} - 2 \cdot 3^{2016} - ... - 2 \cdot 3 - 2} = 3^x$;

c) $\sqrt{1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + ... + 2 \cdot 3^{2019}} = 3^x$;

d) $\sqrt{2^{1980} - 2^{1979} - 2^{1978} - ... - 2^{1002}} = 2^x$;

e) $\sqrt{13 + 12 \cdot 13 + 12 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13^3 + ... + 12 \cdot 13^{2018} + 12 \cdot 13^{2019}} = 13^{2x}$.

36. Demonstrați că numărul $a = 5^{2n+1} \cdot 4^{3n+2} + 10^{2n+1} \cdot 2^{4n+1}$ este pătrat perfect, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

37. Calculați $x \in \mathbb{N}$, știind că $\sqrt{3^{600} - 2 \cdot 3^{599} - 2 \cdot 3^{598} - 2 \cdot 3^{597} - ... - 2 \cdot 3^{479} - 2 \cdot 3^{478}} = 3^x$.

38. Câte pătrate perfecte conțin mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \le x \le 144\} \text{ și } B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 400\}?$$

Nume _____ Clasa _____

Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 100 de minute.*

I. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți propoziții adevărate. (3 puncte)

(0,5p) **1.** Pătratele perfecte de trei cifre sunt ..... .

(0,5p) **2.** Numerele întregi x pentru care $2x^2 - 183 = 465$ sunt ..... .

(0,5p) **3.** Valoarea de adevăr a propoziției „Numerele naturale de forma $4n + 2$ sunt pătrate perfecte, pentru orice $n \in \mathbb{N}$." este ..... .

(0,5p) **4.** Soluția ecuației $x = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 1999$, în mulțimea numerelor naturale este ..... .

(0,5p) **5.** Fie numărul natural $x = 2(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 80) - 6399$. Atunci valoarea lui $\sqrt{x}$ este ..... .

(0,5p) **6.** Dacă $a = \sqrt{(-2)^4(-3)^6(-7)^2(-11)^2}$, atunci valoarea lui a este ..... .

II. Încercuiți răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Rădăcina pătrată a numărului $x = 18^2 + 24^2 + 40^2$ este:

A. 30; B. 40; C. 50; D. 60.

(0,5p) **2.** Numărul natural x care verifică egalitatea:

$\sqrt{1 \cdot 6 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6^3 + \ldots + 5 \cdot 6^{2019}} = 36^{101x}$ este:

A. 3; B. 4; C. 5; D. 6.

(0,5p) **3.** Rădăcina pătrată a numărului $x = (-9)^2 + (-12)^2 + (-12)^2 + (-16)^2$ este:

A. 20; B. 25; C. 30; D. 35.

(0,5p) **4.** Valoarea numărului:

$$x = \sqrt{29 \cdot 30\left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{44 \cdot 45}\right) - \left(\frac{1}{45 \cdot 46} + \frac{1}{46 \cdot 47} + \frac{1}{47 \cdot 48} + \ldots + \frac{1}{89 \cdot 90}\right)\right]}$$ este:

A. 26; B. 27; C. 28; D. 29.

III. Scrieți rezolvările complete. (4 puncte)

(1p) **1.** Determinați valorile naturale nenule ale numărului n, astfel încât radicalul $\sqrt{\frac{25 - 4n}{6}}$ să existe.

LIBRIS | We know books

(1p) **2.** Calculați valoarea numărului:

$$x=\sqrt{3\left[\left(\frac{3}{1\cdot 4}+\frac{3}{4\cdot 7}+\frac{3}{7\cdot 10}+\ldots+\frac{3}{74\cdot 77}+\frac{3}{77\cdot 80}\right)-\left(\frac{2}{1\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{2}{73\cdot 75}\right)\right]}.$$

(1p) **3.** Fie numărul $x=9^{2n}\cdot 144^{n+1}+12^{2n}\cdot 81^{n+1}+25\cdot 2^{4n+4}\cdot 3^{6n}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Arătați că $\sqrt{x}$ este număr natural par, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

(1p) **4.** Arătați că numărul $x=\dfrac{2\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2018\cdot 2019}+\frac{1}{2019\cdot 2020}\right)}{1+2+3+4+\ldots+2018+2019}$ este pătratul unui număr natural.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6	II.1	II.2	II.3	II.4	III.1	III.2	III.3	III.4
Punctajul														
Nota														